

令和5年度 東大寺学園中学校入学試験問題

算 数

——60分—— (中学算数・4枚のうち1)

※ 円周率が必要なときは、円周率は3.14として計算しなさい。

※ 角すい、円すいの体積は(底面積)×(高さ)÷3で求められます。

※ 2つの数量の差とは、等しい2つであれば0、異なる2つであれば大きいものから小さいものを引いた数量をさすものとします。

1 次の各問いに答えなさい (解答欄には答のみ記入しなさい)。

(1) ある商品を140個仕入れ、仕入れ値の40%の利益を見込んで定価をつけました。そのうち100個を定価で売りましたが、残りを定価の何%か値下げして売ったところ、すべての商品を売ることができました。利益の合計が仕入れ値の合計の30%であったとすれば、定価の何%の値下げをしたのでしょうか。

(2) 1の位が7である10個の整数

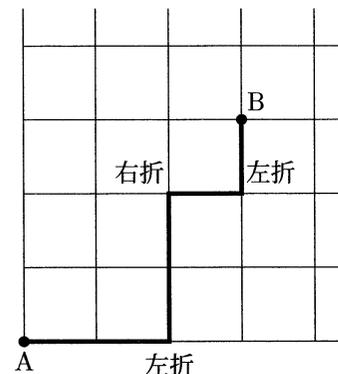
7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97

から3個を選んで、その3個の整数の積を求めます。例えば、

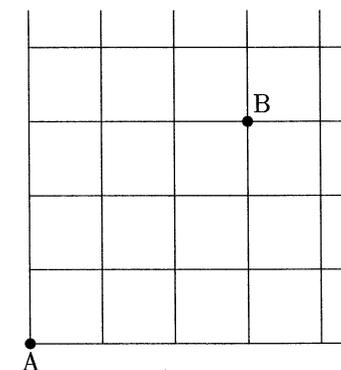
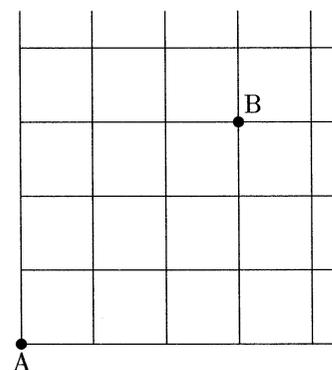
$$7 \times 7 \times 27 = 1323, \quad 7 \times 17 \times 27 = 3213, \quad 7 \times 17 \times 17 = 2023, \quad 17 \times 17 \times 17 = 4913$$

です。ただし、上の例のように3個の整数の中に等しいものが何個あってもよいとします。求められる積(かけ算の答え)の中で9で割り切れるが27では割り切れないものは全部で何個ありますか。

(3) 図のように、東西の道路と南北の道路がすべて等間隔に、格子状に並んでいます。道路と道路が交わる点を交差点といい、交差点において進行方向に向かって右に曲がることを右折、左に曲がることを左折といいます。



例えば、交差点 A から交差点 B まで上図のような方法で進んだとき、右折を1回、左折を2回したことになります。交差点 A から交差点 B まで、道のりが最も小さくなるように進む方法の中で、右折の回数と左折の回数が等しい方法は全部で何通りありますか。



2 それぞれ一定の濃度の食塩水が出てくる3個のじゃ口A, B, Cを使って水そうに食塩水を入れます。A, B, Cからはそれぞれ毎分100gの食塩水が出ます。水そうは十分に大きいので食塩水があふれることはありません。また、水そうに入っている食塩水はすぐによく混ざり合うものとして、次の問いに答えなさい。

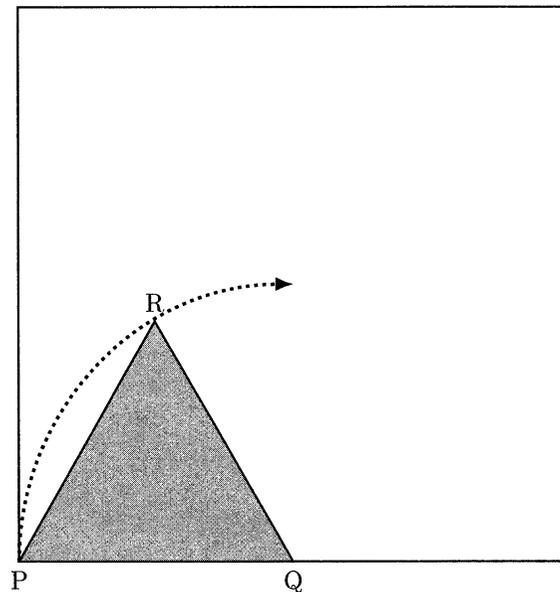
(1) はじめ、水そうには濃度2%の食塩水が200g入っていて、全てのじゃ口は閉まっていた。まず、Aを3分間だけ開けてから閉め、水そう内の食塩水の濃度を測定しました。ふたたび、Aを1分間だけ開けてから閉め、水そう内の食塩水の濃度を測定したところ、さきほど測定したときよりも0.4%高くなっていました。Aから出てくる食塩水の濃度は何%ですか。

(2) (1)の後、AとBを同時に開け、2分後にBだけを閉めました。その後、水そう内の食塩水の濃度を複数回測定しても濃度が変わらなかったため、Aも閉めました。Bから出てくる食塩水の濃度は何%ですか。

(3) (2)の後、Cを4分間だけ開けてから閉め、水そう内の食塩水の濃度を測定すると3%高くなっていました。ふたたび、Cを4分間だけ開けてから閉め、水そう内の食塩水の濃度を測定するとさらに2%高くなっていました。Cから出てくる食塩水の濃度は何%ですか。

3 次の各問いに答えなさい。

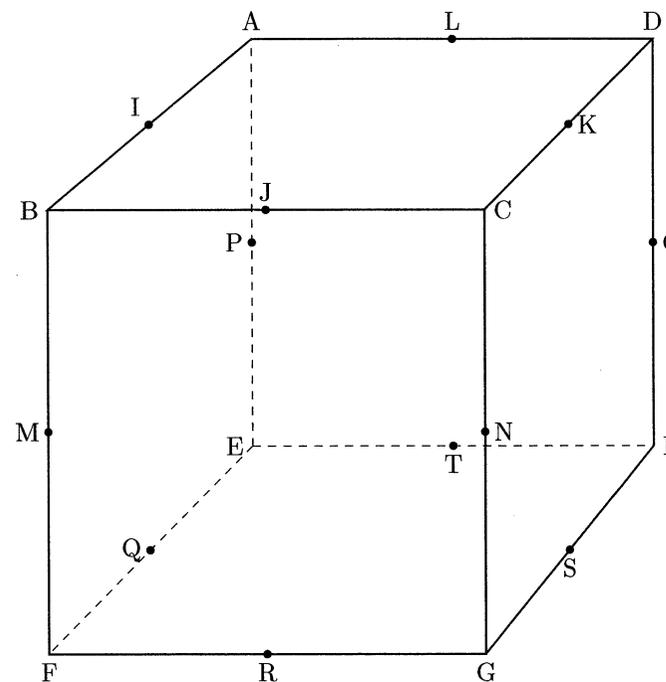
- (1) 下の図は、1辺の長さが6cmの正方形と、1辺の長さが3cmの正三角形PQRです。図の状態から、正三角形PQRを正方形の内側に沿いながらすべらせずに回転させていきます。初めて3つの頂点がすべて図の状態に戻るまで回転させたとき、頂点Pが動いてできる線の中で、頂点Pが1回だけ通った部分の長さを求めなさい。



- (2) 下の図は、1辺の長さが6cmの立方体ABCD-EFGHです。図にある12個の点I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, Tは、それぞれ12本の辺の真ん中の点とします。この立方体ABCD-EFGHに含まれる3つの立体X, Y, Zを、

Xは8個の点I, J, K, L, Q, R, S, Tを頂点とする直方体、
 Yは8個の点I, M, Q, P, K, N, S, Oを頂点とする直方体、
 Zは8個の点J, M, R, N, L, P, T, Oを頂点とする直方体、

とします。



- (i) XとYが重なっている部分の体積を求めなさい。
 (ii) (i)で求めた部分とZが重なっている部分の体積を求めなさい。

4 次の各問いに答えなさい。

(1) 4けたの整数について、次の性質(P)を考えます。

性質(P) 千の位の数、十の位の数、百の位の数を一の位の数とする2けたの整数で割り切れる。

例えば、

$$1900 = 19 \times 100, \quad 1352 = 13 \times 104$$

ですから、1900や1352は性質(P)を満たします。

性質(P)を満たす4けたの整数の中で2023以下のものは全部で何個ありますか。

(2) 4けたの整数について、次の性質(Q)を考えます。

性質(Q) 百の位の数、十の位の数、一の位の数とする2けた以下の整数で割り切れる。

例えば、

$$6786 = 78 \times 87, \quad 6076 = 7 \times 868$$

ですから、6786や6076は性質(Q)を満たします。

これらの例のように、千の位と一の位がともに6であり、性質(Q)を満たすような4けたの整数は

全部で何個ありますか。

(3) 4けたの整数について、次の性質(R)を考えます。

性質(R) 十の位の数、一の位の数を一の位の数とする2けた以下の整数で割り切れる。

最初に2けたの整数を1つ選んで、その整数の十の位の数、一の位の数、一の位の数、一の位の数とする4けたの整数をつくり、そして、その中で性質(R)を満たすものが何個あるかを考えます。例えば、最初に20を選んだときは、

$$2025 = 25 \times 81, \quad 2008 = 8 \times 251$$

ですから、2025や2008は性質(R)を満たします。

(i) 上の例のように最初に選んだ2けたの整数が20のときは、性質(R)を満たす4けたの整数を全部で何個つくることができますか。

(ii) すべての2けたの整数に対して、性質(R)を満たす4けたの整数がそれぞれ全部で何個つくれるかを考えたとき、その個数は最も少なくて何個ですか。また、そのときに最初に選んだ2けたの整数を求めなさい。

(iii) すべての2けたの整数に対して、性質(R)を満たす4けたの整数がそれぞれ全部で何個つくれるかを考えたとき、その個数が(ii)の答えより1個だけ多いような2けたの整数として考えられるものを小さい順に5個求めなさい。

1	(1) _____ %	(2) _____ 個	(3) _____ 通り
---	-------------	-------------	--------------

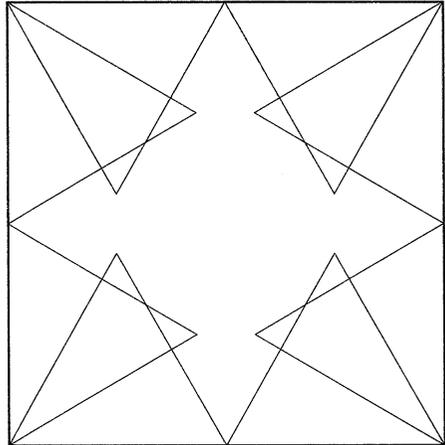
2	(1) (考え方・式)
	(1) _____ %

2	(2) (考え方・式)
	(2) _____ %

※ 右の欄には何も記入しないこと.

(1)	(2)	(3)	1

2	(3) (考え方・式)
	(3) _____ %

3	(1) (考え方・式)
	
	(1) _____ cm

※ 右の欄には何も記入しないこと.

(1)	(2)	(3)	2	総計

3 (2) (考え方・式)

(i)	(ii)
cm^3	cm^3

4 (1) (考え方・式)

	(1)
	個

※ 右の欄には何も記入しないこと。

(1)	(2)(i)	(ii)	3
-----	--------	------	---

4 (2) (考え方・式)

	(2)
	個

(3) (考え方・式)

(i)	(ii)	(iii)
個	個で2けたの整数は	, , , ,

※ 右の欄には何も記入しないこと。

(1)	(2)	(3)(i)	(ii)	(iii)	4
-----	-----	--------	------	-------	---